GRUNDLAGEN

Die Dimensionen des Lebens

Ein physikalischer Blick auf die Dimensionen von Raum und Zeit

Harald Lesch und Josef M. Gaßner

Wäre intelligentes Leben auch in einem Universum mit mehr als drei Raumdimensionen oder mehr als einer Zeitdimension möglich? Hatte gewissermaßen Gott eine Wahl bei der Erschaffung von Raum und Zeit? Diese Fragen bewegten seit Aristoteles die Gemüter zahlreicher Philosophen und Naturwissenschaftler. Intelligentes Leben unterliegt allerdings äußerst restriktiven Rahmenbedingungen, wodurch sich zeigen lässt, dass unsere vierdimensionale Raumzeit tatsächlich unter allen denkbaren Kombinationen die einzig mögliche darstellt.

Eine Welt mit mehr als drei Raumdimensionen würde man wohl am ehesten noch im Reich der Science Fiction vermuten. Doch auch wenn es natürlich reale Anwendungen multidimensionaler Konzepte in Mathematik und Physik gibt, erscheint es uns im Alltag als selbstverständlich, dass der Raum exakt drei Dimensionen besitzt. Der erste, der kategorisch feststellte, dass es keine vierte Raumdimension geben könne, war Aristoteles. In seinem Werk „De caelo" („Über den Himmel") schrieb er vor rund 2400 Jahren: „Die Linie hat eine Ausdehnung in eine Richtung, die Fläche in zwei Richtungen und der Körper in drei Richtungen, mehr als diese drei Ausdehnungen gibt es nicht." Letztlich stützte er sich dabei auf die pythagoräische Lehre von der Vollkommenheit der Dreizahl.

Einen kritischen Geist wie Galileo Galilei konnte Aristoteles jedoch nicht zufriedenstellen. Galileo legte seine Kritik am großen griechischen Philosophen der Figur des Simplicius im „Dialog über die beiden hauptsächlichen Weltsysteme" in den Mund: „Daß aber darum, weil Anfang, Mitte und Ende eine Dreiheit bilden, die Zahl Drei vollkommen wäre und die Fähigkeit besäße, diese Vollkommenheit auf jede Dreiheit von Dingen zu übertragen, dies zuzugeben fühle ich mich nicht im mindesten bewogen. Ich kann z. B. nicht fassen und verstehen, dass etwa in Ansehung der Beine die Zahl Drei vollkommener wäre als Vier oder Zwei, …" Aber Galilei gelang es auch nicht, eine Begründung dafür zu finden, dass der Raum gerade drei Dimensionen besitzt.

Zwei- oder vierdimensionale Räume eigneten sich immerhin für literarische Gedankenspiele. So malten sich die beiden britischen Schriftsteller Edwin A. Abbott und Charles Howard Hinton in ihren 1884 erschienen Werken „Flatland" [1] bzw. „A Plane World" [2] das Leben in einer zweidimensionalen Welt aus. Hinton tüftelte sogar Methoden aus, um sich einen vierdimensionalen Raum vor Augen führen zu können.

Lässt sich auch eine zweidimensionale Welt vorstellen, in der sich Lebewesen wohlfühlen können?

An der Begründung der Dreidimensionalität des Raumes versuchten sich im weiteren Verlauf z. B. der Mathematiker Henri Poincaré, der Philosoph Rudolf Carnap oder der Physiker Arthur Stanley Eddington. Die Wissenschaftshistoriker Max Jammer und Gerald James Whitrow gaben in den 1950er-Jahren einen ersten Überblick über die vielen Ansätze [3, 4]. 1989 legte der Wissenschaftsphilosoph Peter Janich eine Theorie der Dreidimensionalität vor und lieferte auch eine ausführliche Problemgeschichte [5].

KOMPAKT

- Die Dreidimensionalität des Raumes lässt sich physikalisch begründen, wenn man untersucht, bei welcher Dimensionszahl stabile Lösungen des Zwei-Körper-Problems möglich sind.
- Die Zeit ist zwangsläufig eindimensional. Wie sich zeigen lässt, hätte die Existenz mehrerer Zeitdimensionen u. a. zur Folge, dass Materie eine geringere Stabilität gegenüber Zerfall besäße.
- Damit wäre im Universum, genauso wenig wie bei einer räumlichen Dimensionszahl kleiner oder größer drei, kein Leben möglich, schon gar kein intelligentes.

Prof. Dr. Harald Lesch und **Dipl.-Phys. Josef M. Gaßner**, Universitätssternwarte München, Ludwig Maximilians-Universität München, Scheinerstr. 1, 81679 München

Der Raum zum Leben

Hier soll uns interessieren, wie sich die Frage nach der Dreidimensionalität des Raumes aus physikalischer Sicht darstellt. Oder etwas ketzerisch gefragt: Hatte der liebe Gott eigentlich eine Wahl bei der Erschaffung von Raum und Zeit? Um es gleich vorweg zu nehmen: Nein. Zumindest nicht, was die Anzahl der Raum- und Zeitdimensionen anbelangt, wenn in unserem Universum im Einklang mit den geltenden Naturgesetzen der Mensch eine Lebensgrundlage finden, oder allgemeiner gesprochen, die Entstehung von intelligentem Leben grundsätzlich möglich sein sollte.

Wie wir im Folgenden sehen werden, kann ein in dieser Form „lebensfreundliches" Universum nur aus genau drei Raum- und einer Zeitdimension bestehen. Darunter wollen wir natürlich ausschließlich makroskopische Dimensionen verstehen, im Gegensatz zu den „aufgerollten", mikroskopischen Dimensionen, wie sie in verschiedenen theoretischen Modellen Anwendung finden. Neuerdings gibt es auch im Rahmen der Stringtheorie Versuche, das Rätsel der Dreidimensionalität zu ergründen [7].

Die Betrachtungsweise, wonach in unserem Universum die Dinge so sind wie sie sind, weil intelligente Beobachter ansonsten darin keine Lebensgrundlage gefunden hätten und somit auch niemand über unser Universum nachgedacht hätte, wird seit Brandon Carter gerne als das anthropische Prinzip bezeichnet [8]. Die Entstehung von intelligentem Leben ist eine komplexe Angelegenheit und nimmt einen beträchtlichen Zeitraum in Anspruch. Eng damit verbunden ist eine seiner wesentlichen Schwächen: Leben benötigt in hohem Maße Stabilität.

Stabilität in vielerlei Hinsicht, wobei wir im ersten Schritt insbesondere die Existenz stabiler Bahnen des Zwei-Körper-Problems betrachten wollen. Immerhin haben wir für unsere eigene Entwicklungsgeschichte mit ca. 4,6 Milliarden Jahren nahezu die halbe Lebensdauer unseres Zentralsternes benötigt, und nach wie vor sind wir auf eine stabile Bahn um unsere lebensnotwendige Energiequelle angewiesen. Doch damit nicht genug, selbst lange vor der Geburt unseres Sonnensystems musste es bereits stabile Bahnen von Elektronen um Atomkerne geben, ohne die eine komplexe Chemie undenkbar wäre.

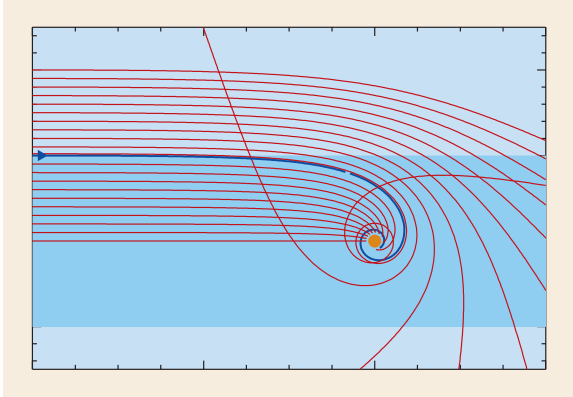


Abb. 1 Das Zwei-Körper-Problem für den vierdimensionalen Fall (s. Infokasten). Von links fallen Testteilchen mit festem Impuls ein und werden am Gravitationspotential gestreut. Für die Teilchen in der blauen Zone ergibt sich eine Kollision, die Teilchen außerhalb werden ins Unendliche gestreut. Es existieren keine stabilen Umlaufbahnen [11].

Damit haben wir die Frage nach einer notwendigen Voraussetzung für ein lebensfreundliches Universum reduziert auf die Lösung einer einfachen mathematischen Aufgabe: Finde stabile Lösungen des Zwei-Körper-Problems in beliebig dimensionalen Räumen. Derartige Überlegungen zur Dimensionalität des Raumes reichen beeindruckend weit zurück; bereits Kant hatte eine Verbindung hergestellt zwischen der Anzahl unserer Raumdimensionen und dem quadratischen Abfall der Newtonschen Gravitation. Kant hatte damit zwar „das Pferd vom Schwanz her aufgezäumt", wie es John D. Barrow ausdrückte, weil „das Newtonsche Gesetz mit r^{-2} gilt, weil der Raum dreidimensional ist" [9]. Doch aus der Frage nach der Dimension des Raumes wurde so erstmals auch ein physikalisches Problem.

Eine erste analytische Lösung des Zwei-Körper-Problems für unterschiedliche Dimensionen präsentierte schließlich Paul Ehrenfest im Jahr 1917 [10]. Zahlreiche Arbeiten anderer Autoren folgten. In jüngerer Zeit griff z. B. der Kosmologe Max Tegmark [11] die Problematik wieder auf. Ein grundlegender Gedanke war allen gemeinsam: Für die Stabilitätsbetrachtungen im n-dimensionalen Raum wurde der Potentialverlauf aus Kontinuitätsüberlegungen gewonnen. Mit anderen Worten, ein Kraftfeld $F(r)$ um eine (punktförmige) Quelle fällt mit der Entfernung r umgekehrt proportional zur entsprechenden Kugeloberfläche $O_n(r)$. Für den dreidimensionalen Raum erhalten wir mit $O_3(r) = 4\pi\, r^2$ den wohlbekannten Abfall $F(r) \sim 1/(4\pi\, r^2) \sim 1/r^2$. Für den n-dimensionalen Raum greifen wir auf die Jacobi-Formel $O_n(r) = 2\,\pi^{n/2}/\Gamma(n/2)\, r^{n-1}$

IMMANUEL KANT

„Die dreifache Abmessung scheint daher zu rühren, weil die Substanzen in der existierenden Welt so ineinander wirken, dass die Stärke der Wirkung sich wie das Quadrat der Weiten umgekehrt verhält. Diesem zufolge halte ich davor: dass die Substanzen in der existierenden Welt, wovon wir ein Teil sind, wesentliche Kräfte von der Art haben, dass sie in Vereinigung mit einander nach dem doppelten umgekehrten Verhältnis der Weiten ihre Wirkungen von sich ausbreiten; zweitens, dass das Ganze, was daher entspringet, vermöge dieses Gesetzes die Eigenschaft der dreifachen Dimension habe; drittens, dass dieses Gesetz willkürlich sei, und dass Gott dafür ein anderes, zum Exempel des umgekehrten dreifachen Verhältnisses, hätte wählen können; dass endlich viertens aus einem andern Gesetze auch eine Ausdehnung von andern Eigenschaften und Abmessungen geflossen wäre. Eine Wissenschaft von allen diesen möglichen Raumesarten wäre unfehlbar die höchste Geometrie, die ein endlicher Verstand unternehmen könnte." [6]

zurück mit der Gammafunktion $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ und $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$. Damit erhalten wir ein n-dimensionales Kraftfeld $F(r) \sim 1/r^{n-1}$ bzw. ein entsprechendes Potential $E_{pot}(r) \sim -1/r^{n-2}$. Hiermit lässt sich sehr schön veranschaulichen, wie sich die Verhältnisse in Räumen mit mehr als drei Dimensionen darstellen: Was stabile Lösungen für das Zwei-Körper-Problem anbelangt, herrscht dort Fehlanzeige (siehe Infokasten und **Abb. 1**).

Und wie sieht es aus mit der Entstehung von Leben in Universen mit weniger als drei Raumdimensionen? Die Gravitation steht darin zwar als treibende Kraft nicht zur Verfügung [12], aber trotzdem existieren dort grundsätzlich stabile Bahnen. Wir werden deshalb für diese Szenarien nicht auf ausreichende Stabilität abzielen, sondern auf ein weiteres notwendiges Kriterium für intelligentes Leben zurückgreifen: ausreichende Komplexität. Universen mit weniger als drei Raumdimensionen bieten nämlich keine Voraussetzungen für die notwendigen Kreuzungen, Über- und Unterlappungen, wie sie ein hochentwickelter Organismus z. B. bei den Nervenleitungen benötigt [14].

Die Dimension der Zeit

Nachdem wir die lebensfreundliche Anzahl der Raumdimensionen erfolgreich auf drei festlegen konnten, möchte man denken, die Einschränkung der entsprechenden Zeitdimensionen auf eins würde noch leichter fallen oder wäre gar selbstverständlich – weit gefehlt. Allerdings setzt intelligentes Leben (d. h. kausales, deduktives Denken) Naturgesetze voraus, die basierend auf Informationen des gegenwärtigen Ist-Zustandes Prognosen für zukünftige Entwicklungen erlauben. Genau an diesem notwendigen Kriterium gelingt es nun, eine Argumentation festzumachen [11], weil diese „Prognosefähigkeit" tatsächlich nur von einer begrenzten Gruppe von Naturgesetzen erfüllt wird; oder genauer noch von einer bestimmten Klasse von partiellen Differentialgleichungen (kurz PDG), mit Hilfe derer diese Gesetze mathematisch formuliert werden können. Lineare PDG zweiter Ordnung in ihrer allgemeinen Form

$$\left(\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x_1,\dots,x_n)\,\frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} b_i(x_1,\dots,x_n)\,\frac{\partial}{\partial x_i} + c(x_1,\dots,x_n)\right) \cdot y(x_1,\dots,x_n) = f(x_1,\dots,x_n)$$

lassen sich nämlich anhand der reellen Koeffizienten a_{ij} klassifizieren. Hierzu fasst man die Koeffizienten zu einer symmetrischen Matrix zusammen und trifft anhand der Vorzeichen ihrer Eigenwerte folgende Unterscheidung:

- **elliptische PDG**: Alle Eigenwerte haben identisches Vorzeichen.
- **hyperbolische PDG**: Genau ein Eigenwert besitzt abweichendes Vorzeichen.
- **ultrahyperbolisch PDG**: alle anderen Kombinationen an Vorzeichen der Eigenwerte.

Die reellen Koeffizienten b_i und c sowie die reelle Störfunktion f und die gesuchte lösende Funktion y sind hierzu nicht weiter von Bedeutung. Diese Klassen von partiellen Differentialgleichungen zeigen nun interessante Eigenschaften und sind besonders hilfreich, wenn es um die Frage geht, welche Voraussetzungen

DAS ZWEI-KÖRPER-PROBLEM IN MEHR ALS DREI DIMENSIONEN

Anhand des Potentialverlaufes $E_{pot}(r) \sim -(1/r^{n-2})$ gilt es zu zeigen, dass in Universen mit $n > 3$ keine stabilen Lösungen des Zwei-Körper-Problems existieren. Hierzu folgen wir einem Ansatz von Freeman [13] und verwenden folgende Bezeichnungen:

m := Masse des Planeten
$\dot{\varphi}$:= Bahngeschwindigkeit des Planeten
p := Impuls des Planeten
M := Drehimpuls des Planeten
r_{min} := minimaler Bahnradius
r_{max} := maximaler Bahnradius.

Wir stellen die Gleichung der Energieerhaltung auf in den Punkten der maximalen und der minimalen Entfernung vom Zentralstern. Die kinetische Energie ergibt sich zu

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m} = 1/2\, mr^2\dot{\varphi}^2 = \frac{M^2}{2mr^2} \text{ mit } M = mr^2\dot{\varphi}$$

und die potentielle Energie kennen wir bereits (C sei der konstante Vorfaktor):

$$E_{pot} = -\frac{C}{r^{n-2}}\,.$$

Daraus folgt die **Energiegleichung**

$$\frac{M^2}{2mr_{min}^2} - \frac{C}{r_{min}^{n-2}} = \frac{M^2}{2mr_{max}^2} - \frac{C}{r_{max}^{n-2}}\,.$$

Für den Fall $n \geq 4$ erhalten wir $r_{min}^2 = r_{max}^2$ und somit die einzige positive Lösung $r_{min} = r_{max}$. Dies impliziert eine exakte n-dimensionale Kreisbahn. Bereits kleinste Störungen würden somit jedwede stabile Kepler-Bahn aufbrechen, da für $n \geq 4$, im Gegensatz zur Ellipse im dreidimensionalen Raum, Lösungen der Form $r_{min} < r_{max}$ nicht existieren.

Weil es von derart fundamentaler Bedeutung ist, zeigen wir es gerne nochmals explizit: Dazu betrachten wir die Kräfte an den jeweiligen Bahnpunkten. Der Betrag der Zentrifugalkraft ergibt

$$F_{ZF} = \frac{dE_{pot}}{dr} = C\frac{n-2}{r^{n-1}}$$

und der Betrag der Zentripetalkraft ist

$$F_{ZP} = mr\dot{\varphi}^2 = \frac{M^2}{mr^3}\,.$$

Im Perihel ($r = r_{min}$) gilt $F_{ZF} < F_{ZP}$. Der Planet wird sich ab diesem Zeitpunkt entfernen und somit gilt

$$C\frac{n-2}{r_{min}^{n-1}} < \frac{M^2}{mr_{min}^3}\,.$$

Entsprechend gilt im Aphel ($r = r_{max}$) $F_{ZF} > F_{ZP}$ und

$$C\frac{n-2}{r_{max}^{n-1}} < \frac{M^2}{mr_{max}^3}\,.$$

Setzen wir diese beiden Ungleichungen wieder in die Energiegleichung ein, so erhalten wir

$$\frac{M^2}{2mr_{min}^2} - \frac{M^2}{(n-2)mr_{min}^2} < \frac{M^2}{2mr_{max}^2} - \frac{M^2}{(n-2)mr_{max}^2}\text{, bzw.}$$

$$\frac{M^2}{2mr_{min}^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n-2}\right) < \frac{M^2}{2mr_{max}^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n-2}\right).$$

Im Falle $n = 4$ ergibt sich der Widerspruch $0 < 0$.
Im Falle $n > 4$ wird der Klammerterm positiv und kürzt sich somit. Es existiert jedoch keine Lösung, die zugleich die Bedingung $r_{min} < r_{max}$ erfüllt.

Es gibt demzufolge keine stabilen Ellipsen als Lösungen des Zwei-Körper-Problems in Räumen mit mehr als drei Dimensionen.

man benötigt, um eine wohldefinierte, robuste Lösung zu erhalten. Darunter wollen wir eine eindeutige Lösung verstehen, die sich bei infinitesimaler Änderung der Voraussetzungen ebenfalls nur infinitesimal ändert. Elliptische sowie hyperbolische PDG sind diesbezüglich unkritisch, im Gegensatz zu ultrahyperbolischen PDG, deren Lösungen sich bei jeder noch so kleinen Änderung an den Rand- oder Anfangswerten sprunghaft ändern.

Genau auf diese Sprunghaftigkeit ultrahyperbolischer PDG wollen wir abstellen und mit ihrer Hilfe, zusammen mit unserem notwendigen Kriterium der „Prognosefähigkeit", beliebig dimensionale Raumzeiten mit mehr als einer Zeitdimension ausschließen. Hierzu halten wir zunächst fest, dass in diesen Raumzeiten offensichtlich die grundlegenden Naturgesetze (z. B. die in unserem Universum hyperbolische Wellengleichung) keinesfalls einer Beschreibung vermöge ultrahyperbolischer PDG genügen dürfen. Ansonsten wäre eine unendlich genaue Bestimmung der Rand- und Anfangswerte nötig, um eine gezielte Prognose zu ermöglichen. Dies wiederum ist eine Anforderung, die kein Lebewesen erfüllen kann, somit wäre kein kausales, deduktives Denken möglich.

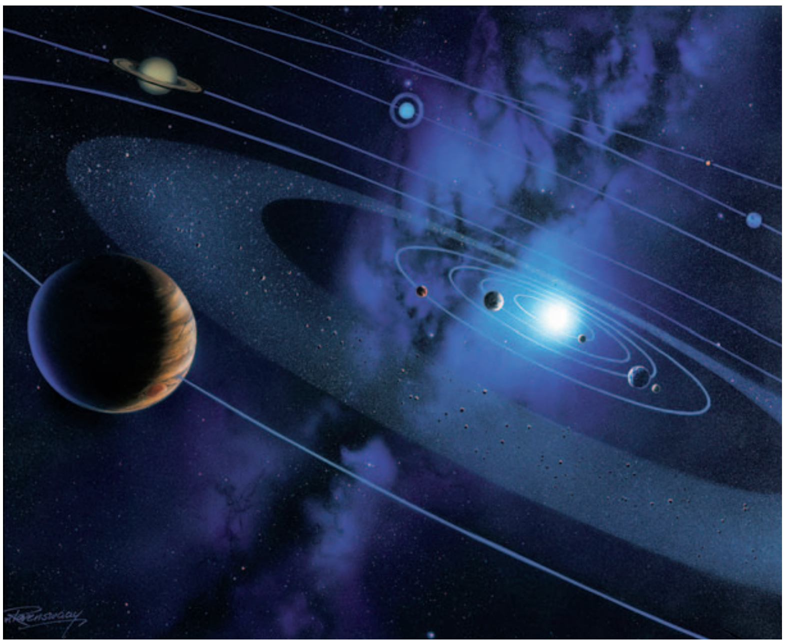
Naturgesetze, die durch nichtlineare PDG beschrieben werden, sind dabei nicht ausgeschlossen, denn jede nichtlineare PDG kann zumindest lokal mittels einer linearen PDG approximiert werden. Wenn sich aber z. B. im ultrahyperbolischen Falle lokal keine wohldefinierte, robuste Lösung ergibt, so lässt sich diese im Allgemeinen auch nicht durch einen zusätzlichen, nichtlinearen Term außerhalb des Approximationsgebietes herbeiführen.

Damit sind wir auf die Zielgerade eingebogen. Jetzt gilt es lediglich noch zu zeigen, dass fundamentale Naturgesetze, die z. B. in unserer 3 + 1-dimensionalen Raumzeit durch die elliptische Laplace-Gleichung, die elliptische Poisson-Gleichung oder die hyperbolische Wellengleichung beschrieben werden, zwangsläufig für mehr als eine Zeitdimension ultrahyperbolischen Charakter annehmen. Hierzu nutzen wir die Eigenschaft, dass die Eigenwerte der beschriebenen linearen PDG zweiter Ordnung den Eigenwerten des metrischen Tensors entsprechen, dessen räumliche Einträge ein identisches Vorzeichen und dessen zeitlichen Einträge ein dazu umgekehrtes Vorzeichen aufweisen. Wiederum am Beispiel unserer 3+1 dimensionalen Raumzeit wäre dies – je nach Konvention – die Signatur (+−−−) oder (−+++). Da wir aber bereits wissen, dass ein lebensfreundliches Universum exakt drei Raumdimensionen aufweisen muss (mit identischem Vorzeichen), bleibt genau eine Möglichkeit, Zeitdimension(en) mit umgekehrtem Vorzeichen hinzuzunehmen, ohne ultrahyperbolisch zu werden: genau eine Zeitdimension.

PAUL EHRENFEST

„Warum hat unser Raum gerade drei Dimensionen? Oder anders gefragt: ‚Welche singulären Vorkommnisse unterscheiden die Physik des R_3 vor der in den übrigen R_n?' – So gestellt, sind die Fragen vielleicht sinnlos, jedenfalls fordern sie zur Kritik heraus. Denn ‚ist' der Raum?, ‚ist' er dreidimensional? Und vollends die Frage nach dem ‚warum'. Auch: was muß man unter ‚der' Physik des R_4 oder R_7 verstehen?

Ich werde nicht versuchen, diesen Fragen eine minder anstößige Form zu geben. Glückt es, nur erst mehr und mehr singuläre Eigenschaften des R_3 aufzufinden, dann wird schließlich von selber deutlich werden, welche ‚vernünftige' Frage sich zu der gefundenen Antwort konstruieren läßt." [10]



Astrofoto/van Ravenswaay

Abb. 2 Stabile Planetenbahnen, unabdingbar für die Entstehung von Leben, sind nur in einem Universum mit drei Raumdimensionen möglich.

Die Welt ist alles, was der Fall ist ...?

Wie aber sieht es aus mit Leben generell? Obwohl die Informationsübertragung im ultrahyperbolischen Falle praktisch unmöglich wäre, so könnte man – zumindest testweise – den pragmatischen Standpunkt einnehmen, die Entstehung von Leben wäre trotzdem grundsätzlich möglich. Damit wir also nicht Gefahr laufen, zum Opfer unserer eigenen mangelnden Phantasie zu werden, wollen wir ein weiteres, wesentlich strengeres Kriterium entwickeln. Kehren wir dazu wieder zurück zu unserer notwendigen Bedingung der Stabilität; der Schlüssel liegt diesmal allerdings nicht in der Existenz stabiler Keplerbahnen (**Abb. 2**), sondern in der Stabilität der Materie gegen Zerfall (vgl. [15]):

In einem Universum mit nur einer Zeitdimension bewegen sich potentielle Zerfallskandidaten entlang zeitartiger Geodäten, d. h. entlang der lokal kürzesten Verbindung zwischen zwei Punkten. Darüber hinaus müssen wir berücksichtigen, dass bei jedem Zerfallsprozess die Impulserhaltung gilt. Wir bilden also in einem Raum-Zeit-Diagramm die einzelnen Impulsvektoren mit den Geschwindigkeitvektoren der einzelnen Spaltprodukte als Richtungen und den Beträgen ihrer Ruhemassen als Längen. Die Summe muss nun dem Impulsvektor des ursprünglichen Teilchens entsprechen. Dieses bewegt sich aber gerade auf einer zeitartigen Geodäte, d. h. die Länge seines Impulsvektors müsste, bei gleichen Ruhemassen von ursprünglichem Teilchen und den gesamten Spaltprodukten, kürzer sein als die aneinandergereihten Impulsvektoren der Spaltprodukte. Dies lässt sich offensichtlich mit der Impulserhaltung nur vereinbaren, wenn die Ruhemasse des ursprünglichen Teilchens größer ist als die Summe der Ruhemassen der Spaltprodukte. In einer weniger komplizierten Terminologie ausgedrückt bedeutet das lediglich, dass zwar ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Anti-Neutrino zerfallen kann, da es geringfügig schwerer ist als diese Zerfallsprodukte, während das leichtere Proton eben nicht ohne weiteres in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino zerfallen kann.

Soweit zu unserer vertrauten Situation der eindimensionalen Zeit. Jetzt betrachten wir eine Minkowski-Geometrie mit mehreren Zeitdimensionen. Altbekannte skalare Größen wie beispielsweise die Energie werden nun zu Vektoren, dies allein stellt jedoch keine grundsätzliche Einschränkung hinsichtlich der Existenz intelligenten Lebens dar. Die raum- und zeitartigen Geodäten zeigen allerdings interessante Eigenschaften: Nimmt man eine raumartige Geodäte, fixiert zwei beliebige Punkte darauf und verändert ihren Verlauf dazwischen derart, dass die orthogonalen Verbindungen aller Bildpunkte auf der neuen Kurve zu ihren ursprünglichen Quellpunkten wiederum raumartig sind, (man spricht auch kurz von einer Biegung in raumartige Richtung) so ist die neue Linie länger als die ursprüngliche. Biegt man nun eine raumartige Geodäte in zeitartige Richtung, so erhält man eine kürzere Linie. Analog werden zeitartige Linien durch Biegung in zeitartige Richtung länger und durch Biegung in raumartige Richtung kürzer. Mit anderen Worten, die Weltlinien, entlang derer sich nun potentielle Zerfallskandidaten durch die Raumzeit bewegen, stellen nicht mehr die lokal kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten dar.

Für die möglichen Zerfallskanäle bedeutet das nun, dass jederzeit auch Zerfälle stattfinden können, bei denen die Summe der Ruhemassen der Zerfallsprodukte größer ist als die Ruhemasse des ursprünglichen Teilchens. Lediglich die Quantenzahlen vor und nach dem Zerfall müssen einander entsprechen. Ein Proton kann also sehr wohl in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino zerfallen. Letztendlich kann selbst ein masseloses Teilchen wie das Photon in ein Teilchen-Antiteilchen-Paar zerfallen. Unter diesen Voraussetzungen wären weder langreichweitige Felder denkbar, die durch masselose Austauschteilchen vermittelt werden, noch eine ausreichende Stabilität chemischer Elemente; beides unabdingbare Voraussetzungen für die Entstehung von Leben.

... der Fall ist alles, was nicht Zerfall ist.

Die Anzahl der Zeitdimensionen scheint damit auf eins festgelegt, zumindest unter der Voraussetzung, dass nicht anderweitige Einflussfaktoren die Zerfallswahrscheinlichkeiten generell gegen null gehen lassen. Dies wiederum lässt sich erfolgreich ausschließen, wenn man die Entstehung des lebensnotwendigen Bausteins Wasserstoff betrachtet. Wir haben hier den Wasserstoff mit dem Attribut „lebensnotwendig“ ausgezeichnet, nicht nur wegen seiner Bedeutung bei biologischen Prozessen, sondern in erster Linie weil langlebige Sterne überwiegend aus (ionisiertem) Wasserstoff bestehen und ihre Energie aus der Fusion von Protonen (Wasserstoffkernen) zu Heliumkernen gewinnen. Natürlich wären grundsätzlich auch Sterne denkbar, die überwiegend aus schwereren Elementen (Helium) bestünden, wie man am Beispiel der Roten Riesen sieht. Deren Prozesse verlaufen jedoch bei vergleichsweise hohen Temperaturen (weil immer mehr gleichnamige Ladungen zusammengeführt werden müssen), wofür sehr viel Kontraktionsenergie, d. h. Masse notwendig ist. Hinzu kommt, dass bei der Fusion schwererer Elemente immer weniger Energie pro Nukleon freigesetzt wird. Deshalb muss der „Brennstoff“ immer verschwenderischer verheizt werden. Sterne aus schwereren Elementen müssen also mehr Energie aus der Fusion gewinnen, um einer größeren Kontraktionsenergie entgegenzuwirken, bei gleichzeitig minderwertigem Brennstoff. Der Stern kann also nur vergleichsweise kurze Zeit existieren, zu kurz für die Bildung von Leben.

Die Tatsache, dass unser Universum in hohem Maße aus Wasserstoff besteht, verdanken wir der primordialen Nukleosynthese. Unmittelbar nach dem Urknall haben sich nämlich Neutronen und Protonen in vergleichbarer Anzahl gebildet. Ohne einen entsprechenden Zerfall hätten also nahezu alle Protonen ein Neutron als Fusionspartner gefunden und wären durch die vorherrschende Temperatur und Dichte letztend-

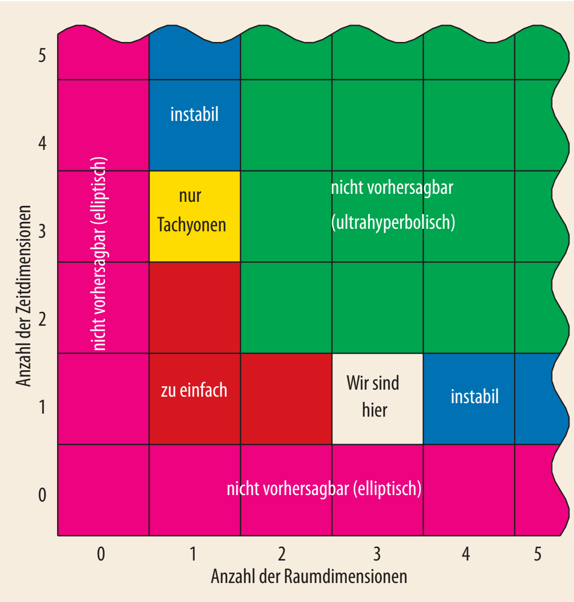
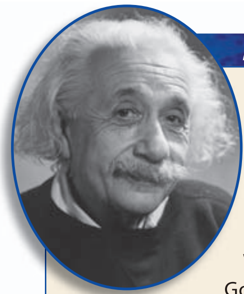


Abb. 3 Fragt man nach den physikalischen Voraussetzungen für die Existenz von Leben, erweist sich nur unsere Welt mit drei Raum- und einer Zeitdimension als geeignet (nach [11]).



ALBERT EINSTEIN

Ich will wissen, wie Gott diese Welt erschaffen hat. Ich bin nicht an dieser oder jener Erscheinung interessiert, am Spektrum dieses oder jenes Elements. Ich möchte Seine Gedanken kennen, das übrige sind Details. Was mich wirklich interessiert ist, ob Gott bei der Erschaffung der Welt eine Wahl hatte. (Foto: bpk, Berlin)

lich zu Helium fusionieren. Erst der Zerfall von freien Neutronen zu Protonen, Elektronen und Anti-Neutrinos verschiebt das Verhältnis immer weiter zugunsten der Protonen, die schließlich in beträchtlicher Zahl als Wasserstoffkerne verbleiben. Ohne Zerfallsprozesse gäbe es somit lebensnotwendigen Wasserstoff in unserem Universum bestenfalls in unbedeutenden Spuren.

Das ist nun genau das Dilemma, in dem sich ein Universum befindet, das gerne Leben hervorbringen möchte. Einerseits sind Zerfallsprozesse unabdingbar notwendig, andererseits führen sie bei mehr als einer Zeitdimension zu einer unzureichenden Stabilität. Der Vollständigkeit halber schließen wir noch die Lösung mit null Zeitdimensionen aus, die zwar ebenfalls stabil ist, jedoch grundsätzlich keinerlei Entwicklung ermöglicht, somit auch die Entstehung von Leben ausschließt.

Die beste aller möglichen Welten

Genauer betrachtet, ist selbst die pure Existenz einer Zeitdimension noch kein Garant für einen kausalen Ablauf von Prozessen in einem Universum. Die Zeitdimension muss zusätzlich einen Symmetriebruch aufweisen, d. h. im Gegensatz zu den Raumdimensionen, die völlig symmetrisch ein Hin- und Zurück erlauben, muss die Zeit ein gleichberechtigtes Vor und Zurück ausschließen. Erst diese Vorzugsrichtung, der sog. Zeitpfeil, erzwingt das kausale Prinzip – erst Ursache, dann Wirkung – dem ausnahmslos alle Prozesse unterworfen sind und das den zeitlichen Ablauf eindeutig festlegt. Es gibt beliebig viele Zukunftsvarianten, aus denen die Gegenwart genau eine auswählt und irreversibel als Vergangenheit dokumentiert. Erst dieser Symmetriebruch liefert die Grundstruktur, ohne die ein nachhaltiges Durchlaufen von geordneten Prozessen, bis hin zur Entwicklung von Leben undenkbar wäre.

Die Anzahl der lebensfreundlichen Raum- und Zeitdimensionen wäre damit auf 3 bzw. 1 festgelegt (**Abb. 3**). Eine durchaus verblüffende Einschränkung, die man a priori nicht vermuten möchte. Viele Dinge in unserer Welt wirken nur auf den ersten Blick willkürlich und sind doch bei genauerer Betrachtung unabdingbare Voraussetzungen unserer Existenz. Das Universum erscheint in verschiedensten Parametern auf unglaublich wohlwollende Art und Weise für die Entstehung von Leben „feinjustiert". Die Anzahl der Raum- und Zeitdimensionen bieten lediglich ein Beispiel hierfür. Was die verbleibenden freien Parameter anbelangt, so bleibt die Frage Albert Einsteins, „inwiefern Gott eine Wahl hatte" (noch) unbeantwortet.

Literatur

[1] *E. A. Abbott*, Flächenland – Ein mehrdimensionaler Roman, Klett-Cotta, Stuttgart (1982)

[2] *Ch. H. Hinton*, Eine flache Welt, in: Wissenschaftliche Erzählungen, Edition Weitbrecht, Stuttgart (1983)

[3] *M. Jammer*, Das Problem des Raumes, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt (1960)

[4] *G. J. Whitrow*, Why physical space has three dimensions, Brit. J. Phil. Sci. **6**, 13 (1955)

[5] *P. Janich*, Euklids Erbe – Ist der Raum dreidimensional?, C. H. Beck, München (1989)

[6] *I. Kant*, Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte (1747)

[7] *A. Karch* und *L. Randall*, Relaxing to Three Dimensions, Phys. Rev. Lett. **95**, 161601 (2005)

[8] *J. D. Barrow* und *F. J. Tipler*, The Anthropic Cosmological Principle, Oxford University Press, Oxford (1996)

[9] *J. D. Barrow*, Das 1 × 1 des Universums – Neue Erkenntnisse über die Naturkonstanten, Rowohlt, Reinbek bei Hamburg (2006)

[10] *P. Ehrenfest*, Welche Rolle spielt die Dreidimensionalität des Raumes in den Grundgesetzen der Physik?, Annalen der Physik **61**, 440 (1920), Proc. Amsterdam. Acad. **20**, 200 (1917)

[11] *M. Tegmark*, On The Dimensionality of Spacetime, Class. Quant. Grav. **14**, L69 (1997)

[12] *C. W. Misner, K. S. Thorne* und *J. A. Wheeler*, Gravitation, W. H. Freeman, San Francisco (1973)

[13] *I. M. Freeman*, Why is space three-dimensional?, Am. J. Physics **37**, 1222 (1969)

[14] *W. Büchel*, Warum hat unser Raum gerade drei Dimensionen?, Physikal. Blätter, Heft 12, S. 547 (1963)

[15] *J. Dorling*, The Dimensionality of Time, Am. J. Physics **38**, 539 (1969)

DIE AUTOREN

Harald Lesch ist Professor für Theoretische Astrophysik an der LMU München. Einem größeren Publikum ist er durch seine zahlreichen populärwissenschaftlichen Aktivitäten als Buchautor und Fernsehmoderator („alpha centauri", „Lesch & Co") bekannt. Dafür erhielt er u. a. 2005 die Medaille für Naturwissenschaftliche Publizistik" der DPG. In seiner Forschung befasst sich Harald Lesch mit Plasma-Astrophysik, insbesondere interstellaren Magnetfeldern und der Teilchenbeschleunigung bei Pulsaren und Schwarzen Löchern. Er lehrt außerdem Naturphilosophie an der Münchner Hochschule für Philosophie.

Josef Gaßner studierte Mathematik (FH Regensburg) und Physik (LMU München) und forscht seit zwei Jahren als Assistent von Harald Lesch an der Universitätssternwarte München. Im Rahmen seiner Dissertation an der LMU München arbeitet er an quantitativen Modellen zu den Auswirkungen der Naturkonstanten auf die Entwicklung von Leben im Universum.

